
La matemática es un oficio que todos podemos aprender

Por Adolfo Sánchez Valenzuela²

A la memoria de mi padre

Con el propósito de promover la licenciatura en matemáticas de la Universidad de Guanajuato, he tenido ocasión de dar varias charlas a alumnos de bachillerato con la consigna de motivarlos para el estudio de las matemáticas. Entre las preguntas que hay que estar preparado para responder en una charla de ese tipo están las siguientes: ¿Qué hace un matemático? ¿Qué significa dedicarse profesionalmente a las matemáticas? ¿Cómo describiría un matemático su trabajo y cómo lo compararía con otros trabajos? Me he podido dar cuenta de que no es del todo sencillo pararse frente a un grupo de preparatorianos a hablar de la “asignatura tabú” y transmitir lo maravilloso y apasionante del tema. ¿Cómo puede uno explicarle a un alumno de preparatoria en qué consiste el trabajo de un matemático y hacerlo con absoluta transparencia y sencillez; sin intimidarlo, sin ahuyentarlo, sin provocar que desconecte sus sentidos del resto de su ser y termine sólo viendo como nos asiente con la cabeza por mero compromiso? ¿Cómo hacer que él pueda llevarse una respuesta concreta y descriptiva de las preguntas planteadas? En pocas palabras: ¿cómo transmitir motivación?

Mi propósito en este ensayo es comparar la actividad de un matemático con otros quehaceres humanos; deseo establecer relaciones entre la matemática y la poesía y la carpintería y la música, y la pintura. Trataré de evidenciar esas ideas hablando de artesanía y matemáticas; de estados de ánimo y conjeturas; de sentimientos y teoremas. Las principales posiciones que me propongo exponer (¿defender?) son las siguientes: 1) Que el ser matemático es un oficio que se puede aprender como el oficio de la carpintería o de la pintura. 2) Que hacer investigación científica dentro del terreno de la

²Este artículo es una reproducción de su publicación original en la “Revista de la Universidad de México”, Núms. 578-579, Marzo-Abril 1999, Pp.71-79, con el consentimiento del autor y solicitando el permiso correspondiente a la “Revista de la Universidad de México”

matemática es comparable, por un lado, al trabajo de un artesano en cuanto a la minuciosidad con la que hay que cuidar los detalles finos y, por otro lado, comparable al trabajo de un poeta al escribir poesía o al de un músico al componer una sinfonía en cuanto a la creatividad. 3) Que definitivamente sí hay detrás de los enunciados de muchos teoremas una buena cantidad de sentimientos y pasiones profundas, o por lo menos, reflejos muy elocuentes de la personalidad de los – ¿cómo les podríamos llamar?, ¿autores?, ¿compositores?, ¿demostradores? – ¿descubridores? de dichos teoremas.

En 1973, cuando estaba en el segundo año de la preparatoria, acudí por recomendación de Memo Portillo, mi mejor amigo de la prepa, a una institución de la Ciudad de México dedicada a hacer exámenes de orientación vocacional. Había que someterse a varias pruebas psicométricas durante tres días consecutivos y esperar unos pocos días más para conocer los resultados en una entrevista con la psicóloga del programa. El día que fui por mis resultados iba confiado en que me dirían lo que yo quería escuchar. En ese entonces yo pensaba dedicarme a la ingeniería civil; de hecho, ya tenía trazado un futuro como ingeniero. Mi padre (un ingeniero civil) me había conseguido un trabajo de dibujante en la empresa Ingenieros Civiles Asociados. Pero aquel día la psicóloga me dijo que los *tests* habían puesto de manifiesto que yo no tenía aptitudes para carrera alguna que tuviera que ver con las matemáticas. Que yo podía ser un abogado, o un trabajador social, o un psicólogo; que definitivamente yo debía emprender una carrera humanística, aunque no precisamente – dijo – letras, ni filosofía. ¿Podría ser músico?, pensé tímidamente dándome en ese instante por derrotado para la ingeniería. Pero recuperé el aliento como pude y le dije que eso no podía ser. Alegué que quien explicaba los problemas de matemáticas a mis compañeros de la prepa era yo y que mis calificaciones en matemáticas habían sido excelentes toda la vida. Su sugerencia entonces fue que yo me sometiera a una serie de pruebas adicionales para estar seguros.

Salí destrozado de ese lugar. ¿Cómo podía ser posible? –me preguntaba. A Memo le habían resultado muy provechosos los mismos exámenes y le habían dicho que iba sobre el camino correcto: la música. A mí, en cambio, me estaban diciendo que iba tras la carrera equivocada y, además, el viraje que había que hacer para estar en armonía con mis aptitudes era de 180 grados. No sé de dónde saqué valor para presentarme a aquellos tests especiales de matemáticas, pero justo después de la primera prueba ya no tuve coraje alguno para ir a los siguientes. Uno sabe cuando uno sale mal en un examen y en aquel primero yo sentí que mi desempeño había sido bastante mediocre. Casi todas las preguntas eran contra reloj y yo no tuve tiempo suficiente para contestar a ninguna de ellas. Ya no volví jamás a aquel lugar y preferí mejor ya no darme permiso de escuchar el final de esa historia por boca de la psicóloga.

Al poco tiempo estaba yo, junto con Memo, haciendo un examen de admisión para ingresar a la Escuela Nacional de Música. Para preparar el examen de admisión tuvimos que empezar por aprender un poco de solfeo. Ninguno de los dos sabíamos leer las notas en un pentagrama. Un viejo amigo de la secundaria que tocaba el violín desde que era niño nos preparó para el examen introduciéndonos al fascinante mundo del solfeo. Un día me llamó Memo muy emocionado para decirme que había ido a buscar los resultados del examen de admisión y que él había sido admitido para estudiar flauta. Sin embargo, me dijo también, con cierto pesar, que yo había sido rechazado.

En el tercer año de la preparatoria decreté para mis adentros que los psicólogos se

habían equivocado: que mi futuro sí era la ingeniería y que yo debía apuntar mi vida directo hacia allá. Pero un buen día nuestro profesor de física, Mario Cruz Terán, se salió del guión en su clase y se puso a hablar sobre la paradoja de los gemelos planteada por la teoría de la relatividad de Einstein. Aquella sola clase fue detonante para mí. *¡Eso es lo que yo quiero estudiar!* –me dije. ¡Ciencia! ¡Física! Y en aquel momento decidí dejar el camino hacia la ingeniería y emprender uno completamente nuevo y, quizá ahora sí, uno propio.

En 1975 ingresé a la Facultad de Ciencias de la UNAM para estudiar la carrera de física. Ahí tuve oportunidad de ver cómo, casi todos mis compañeros hablaban con mucha propiedad y facilidad acerca de los conceptos de la física. Ahí entendí por primera vez el significado de la palabra vocación. El primer amigo que tuve en la facultad fue Ernesto Rivera, quien podía resolver con un ingenio enorme *todos* los problemas que nos dejaban en el curso de física general del primer semestre. Un día lo pasó el profesor al pizarrón para que nos explicara a todos cómo es que él había conseguido resolver cierto problema de gravitación. Ernesto escribió con soltura y rapidez sobre el pizarrón y al cabo de muy poco tiempo el maestro lo detuvo diciéndole *¡momento que soy lento!* Ernesto era sin duda brillante y talentoso, pero estuvo menos de un año en la Facultad de Ciencias; consiguió una beca y prefirió irse a estudiar a Alemania.

Una aptitud semejante la encontré en otro amigo entrañable: Gustavo Espinosa. En el segundo semestre de la carrera llevamos un curso de mecánica clásica donde debíamos resolver problemas cada semana y él podía bosquejar la solución en su cabeza – ¡sin tener la necesidad de escribir las ecuaciones! – mientras hilaba varias carambolas en la mesa de billar que tenía en su casa. Yo me pasaba la mayor parte del tiempo sentado por un lado de la mesa de billar, anotando lo que Gustavo decía acerca de la solución de los problemas. Para ello tenía un cuaderno que en lugar de “Mecánica” debía tener en la portada el nombre de “Gustavo”; era el cuaderno que siempre llevaba a su casa cuando él y yo “jugábamos” billar. Tras tomar nota, yo trataba de llenar los detalles, resolver las ecuaciones y poner todo en orden, pero lo impresionante era que los problemas salían como las carambolas: por donde Gustavo los veía y como él decía que iban a salir.

Años más adelante, para mi gran fortuna fui admitido al doctorado en el departamento de matemáticas de Harvard y ahí me encontré con muchos chicos como Ernesto y Gustavo: con matemática dentro de su DNA, con gran habilidad para resolver problemas, con mucho ingenio para demostrar proposiciones, con gran aplomo para sostener discusiones con los profesores, con una enorme capacidad para argumentar y exponer con soltura sus ideas y con la claridad necesaria para transmitir las “imágenes” formadas en sus cerebros aún tratándose de conceptos sumamente abstractos. ¡Sí! ¡En Harvard había muchos estudiantes que eran así!

Hoy me digo a mí mismo que lo que tenían en común todos ellos era que brillaban sus rostros de emoción al hablar de física o de matemáticas. Los problemas de tarea nunca eran para padecerlos, no se sentían jamás agobiados por ellos, sino todo lo contrario: los disfrutaban y gozaban al máximo. Por lo demás, pienso que casi todos (y la única razón por la que no digo *todos* es por culpa de uno o dos *virtuosos* que “vi pasar”), eran personas completamente normales. Por ejemplo, los amigos que mencioné tenían y pa-

decían problemas personales normales, diría yo, de los que todos tenemos; provenían de familias más o menos comunes y corrientes para los estándares de los estudiantes universitarios; eran gente igual a toda la gente y lo único que sucedió en el caso de cada uno de ellos fue que desde antes de ingresar a la facultad ya habían leído, estudiado, practicado, indagado, etc., acerca de algunos temas de matemáticas y física. ¿Por qué tenían este cúmulo de experiencias previas? Quizá sólo porque les gustó, lo reconocieron para sí mismos y tuvieron la voluntad de estudiar y aprender antes que esperar a entrar a una facultad. Lo hicieron quizá desde que eran niños y conjeturo que la característica común y fundamental fue que nunca eludieron el desafío que les imponía ver un problema sin intentar, por ellos mismos, darle solución.

¿Pero no es acaso esto muy similar a lo que sucede con los chicos que estudian música o pintura? Hay padres que llevan a sus hijos a tomar clases de piano desde que éstos son muy pequeños. Y entonces, el ejecutar una obra al piano, el desarrollar gusto y sensibilidad por la música, el aprender a leer las notas, etc., son habilidades que, por haber sido estimuladas intensamente con método y disciplina desde una edad temprana, se manifiestan más adelante ante los ojos de quienes no tuvieron este tipo de formación como un *talento especial*. ¿Cuántos niños tienen la oportunidad de tomar clases de música? (piénsese también en las clases de inglés y de natación, que tienen tanta popularidad). Y a manera de contraste, ¿cuántos niños tienen una estimulación temprana en las ciencias y cuándo ha sido ésta fomentada por sus padres? Hace muchos años conocí a un niño que me decía con mucha desesperación y frustración que él no entendía por qué a sus padres no les gustaba que él aprendiera cosas interesantes, a lo que yo le pregunté: *¿por qué piensas que ellos no quieren que tú aprendas cosas interesantes?* y su respuesta fue que porque a él le gustaba pedir como regalo de cumpleaños, o de navidad, libros; en particular, ¡libros de paleontología, de aviones, de astronomía! y que lo que le decían sus padres era: *¿para qué quieres tener tantos libros?*

Afortunadamente, la voluntad del niño fue lo suficientemente grande para conseguir satisfacer su deseo de aprender y de leer los libros que quería leer. Sin embargo, no puedo dejar de notar la gran diferencia que hay entre este niño, que muy bien pudo haber sido el hijo de Homer Simpson y, digamos, Richard Feynman (Premio Nobel de física en 1965), quien en una entrevista que concedió para la televisión pública de Estados Unidos al inicio de la década de los ochenta, contó que su padre le leía muchos libros de ciencias desde que él era muy pequeño y que además lo hizo con gran sabiduría porque le enseñó a comparar unas cosas con otras y a entender el significado de los números. El ejemplo que daba era que cuando su padre leía de un libro que el *Tiranosaurio Rex* medía hasta seis metros de altura, éste hacía una pausa y le preguntaba a su hijo: *¿Sabes lo que esto significa? Significa que si el animal estuviera parado aquí en el jardín y te asomaras por esta ventana del segundo piso, tendrías aún que voltear un poco más hacia arriba tu cabeza para ver hasta dónde llega y comprobarías que su cabeza estaría un poco más arriba que la chimenea*. Hasta donde recuerdo de aquella entrevista y hasta donde recuerdo de su libro (*Surely you're joking Mr. Feynman!*), él no menciona haber tomado clases de piano, ni de natación, ni de pintura. Sólo recuerdo haberlo visto en la televisión hablar muy emocionado de ciencias y de las cosas que su padre le enseñó respecto a ellas. Con estos antecedentes, ¿nos puede sorprender mucho que Feynman haya recibido el Premio Nobel de física?

Imaginemos una fiesta de jóvenes bachilleres: hay música muyailable, ruido, risas, relajoy buen ambiente. Por allá en un rincón hay un chico que se ve un poco tímido frente a una linda muchacha que comienza a hacerle plática: *¿Y a ti qué materia te gusta más?* –pregunta la chica y él responde: *Matemáticas,...* (no debe costarnos trabajo imaginar el brillo en sus ojos al responder). *¡Uy! ¡Has de ser un geniecito! ¿No? Y ¿qué quieres estudiar después?* –*¡Matemáticas!* responde nuevamente él. *¡Qué padre!* dice la chica con un tono que marca de facto el fin de la conversación. Interviene un gran silencio (el típico silencio después del típico tono de exclamación) y la chica dice: *Bueno, yo quiero bailar ¡Nos vemos después! ¿eh?* y se va a buscar con quien bailar aunque en realidad parece huir. Esta historia es típica. Es muy posible que al chico le gustara bailar y que sólo estuviera esperando una oportunidad para hacerlo. Él habría bailado gustoso con ella, pero la conversación tomó demasiado pronto un rumbo muy escabroso. Podían haber platicado de muchas otras cosas, pero,... *¿Por qué es tan complicado continuar una conversación que ha empezado así? ¿Por qué es tan raro que a alguien le gusten las matemáticas? ¡A uno le pueden gustar y no saber nada de ellas!* Es como cuando nos gusta la música y no sabemos gran cosa de música. No es difícil imaginar que, en la misma fiesta, la chica que abandonó en el rincón al “matematiquito”, se incorpore a un grupo donde alguien habla sobre la discografía de un grupo de rock muy popular y de pronto alguien más hace el comentario de que la pieza fulana estaba inspirada en uno de los conciertos de Brandemburgo de J. S. Bach. Y entonces la plática se orienta hacia Bach y luego hacia la música clásica y alguien en el grupo puede decir que la música clásica le fascina; que siempre trae sintonizada la estación de radio de música clásica en su automóvil. *¿Por qué no podemos hablar igual –con la misma soltura y con la misma ligereza– acerca de las matemáticas? ¿Cuál sería una manifestación análoga en el contexto de la fiesta que imaginamos? Quizá que justo cuando la chica hizo la pregunta *¿Y a ti, que materia te gusta más?*, y se oyera por respuesta *las matemáticas*, alguien que pasara cerca dijera con emoción: *¡Ah! a mí también me encantan las matemáticas. Yo siempre compro la revista “Muy Interesante” sólo para leer la sección “el rincón del teorema”.**

En la misma fiesta podemos imaginar a otro grupo de chicos y chicas hojeando un libro con fotografías del *Louvre* con el que se toparon en un librero de la casa. Y al mirar las fotografías de un libro así están a la merced de sus sentidos; como al leer un poema. *¿Cómo al mirar las ecuaciones de un libro de matemáticas? Hay pinturas que nos conmueven; hay poemas que nos emocionan y hay símbolos matemáticos y ecuaciones que nos seducen e invitan a entender de lo que tratan.*

Dentro de la matemática hay varios géneros: álgebra, análisis, geometría computación, estadística, etc. Al hojear (y ojea) un libro de matemáticas uno puede sentirse atraído o repelido por la sola apariencia de las ecuaciones que en él se encuentran. Muchas veces he tenido alumnos que no tienen muy claro cuál de varios temas les gusta más como para embarcarse en la aventura de escribir una tesis de licenciatura y lo que hago es “recetarles” una lista de varios libros con la “prescripción” de que los hojeen y se dejen seducir o distanciar por la sola apariencia de las ecuaciones: *¿con qué clase de ecuaciones quieren estar trabajando?* –les pregunto. Y hasta he recomendado literalmente mirar esos libros como si fueran libros de arte. Lo que intento con ello es apelar a un cierto gusto y a una cierta preferencia que después de muy poco tiempo sí se desarrolla en un aprendiz de la matemática (¡como en un aprendiz de lo que sea!). *¿Podría*

ser comparable –en cuanto a sensualidad– a los gustos y preferencias que una persona podría sentir respecto a ciertas características de otra para buscar compañía, para hacer el amor, para compartir una vida? En realidad lo que busco con esa prescripción es que los alumnos *sientan* el “flechazo”.

Aunque tratemos de ver las cosas con lógica, con rigor, con método, con objetividad y aunque le tratemos de dar una demostración a todas nuestras proposiciones, los matemáticos también tenemos intuición, sensaciones y corazonadas. Tenemos un corazón que se puede romper, un corazón que a menudo no entiende las razones de la razón. Con toda la lógica y el rigor del mundo, el corazón nos puede explotar para destrozarse en mil pedazos cuando ya no le cabe ni una sola gota más de tristeza, o descuerdo, o aflicción; o puede latir con profunda emoción cuando alguien lo acaricia con bellas palabras, con sentimientos profundos y conmovedores. Sus fibras pueden vibrar y resonar en armonía cuando puede hablar con alguien que habla el mismo lenguaje. Por ejemplo, cuando habla de amor, o cuando habla de matemáticas. ¡Cierto! Son tipos de vibración muy distintos, pero son vibraciones bellas. Es como cuando se emocionan hasta el éxtasis un saxofonista, un flautista, un baterista y un pianista al improvisar juntos y abundar sobre un tema o idea musical; es como cuando en una tertulia literaria nuestros amigos lloran, ríen y se emocionan mientras leen los cuentos, o poemas, o fragmentos de ensayos y novelas que han escrito. El común denominador es que en estas situaciones se habla, se entiende y se pueden comunicar ideas con un mismo lenguaje.

En la matemática hay alfabetos y reglas gramaticales que se pueden aprender. El conocimiento del lenguaje persigue un fin: dominar la comunicación y éste, en sí representa la solución a muchos problemas inmediatos, entre otras cosas, porque sabremos “pedir lo que necesitamos”. En el amor se aprende a pedir lo que se necesita, en la ejecución musical se aprende a pedir *la primera voz*, en la poesía se aprende a comunicar una idea o una emoción, en la matemática se aprende a pedir o a dar una demostración. Pero hay otros usos para el lenguaje. Quizá el ejemplo con el que estemos más familiarizados sea el del lenguaje escrito: ahí existe la poesía. La poesía inventa, compone, impacta nuestros sentidos y nos produce emociones. La poesía crea un mundo que es tangible sólo desde dentro del universo poético que ella misma ha generado. ¿No es acaso como la matemática? La matemática también inventa, compone e impresiona y muchas de sus realidades son tangibles sólo desde dentro de un universo *ad hoc*. Ante esta comparación se puede argumentar que la matemática está sujeta a una estructura muy rígida y que sus razonamientos están soldados a una estructura inamovible, pero ¿acaso no se puede decir lo mismo de la poesía? La poesía misma, con todo y su frescura y su libertad, también tiene estructuras, también obedece a sus “propias leyes” (*eg, not law at all!*), también tiene una historia y una teoría –como la tienen la música, la pintura y la carpintería.

Los matemáticos han usado la lógica como la infraestructura principal que subyace a todas sus teorías. Pero incluso la lógica misma ha sido estudiada desde el punto de vista riguroso de la matemática. Los matemáticos se han dado cuenta de que existen “otras lógicas”, de la misma manera que en el siglo pasado se reconoció que eran posibles “otras geometrías” diferentes a la de Euclides. ¿Cómo explicarle al no versado

qué quiere decir que hay “otras lógicas”? ¿Hay que darle un ejemplo concreto! Y lo que se viene a la mente es señalar una de las diferencias fundamentales entre una lógica y la otra: en la lógica a la que estamos acostumbrados, se pueden distribuir los conectivos *y* y *o*, como en la siguiente proposición:

$$A \text{ y } (B \text{ o } C) = (A \text{ y } B) \text{ o } (A \text{ y } C)$$

Esto dice que, lógicamente, la proposición del lado izquierdo es la misma que la del lado derecho. Por ejemplo:

$$\text{Salud y (Dinero o Amor)} = (\text{Salud y Dinero}) \text{ o } (\text{Salud y Amor})$$

Sin embargo, las reglas de la lógica cuántica no permiten, en general, establecer una equivalencia entre estas dos proposiciones y sólo se puede afirmar lo siguiente: *si Dinero implica Salud, o si Amor implica Salud, entonces las proposiciones “Salud y (Dinero o Amor)” y “(Salud y Dinero) o (Salud y Amor)” son lógicamente equivalentes.*

Nos preguntamos si, entonces, apreciar estas exquisiteces es semejante a apreciar la poesía o la música, o la pintura. Imaginemos a un músico que va “leyendo” la partitura de una sinfonía al tiempo que va escuchando una grabación de la misma. Y detiene la cinta en algún pasaje que le conmueve muchísimo y lo repite... y lo repite... ¿no es como cuando leemos un poema y volvemos a leer y cada vez parece que entendemos mejor el mensaje del poeta? ¿no es como cuando regresamos sobre las líneas de la demostración en un teorema? ¡Casi nunca leemos poesía ni matemáticas “de corrido”! De manera semejante, ir a una conferencia de matemáticas podría ser como ir a un concierto. Podríamos no toser ni interrumpir. Podríamos sólo escuchar atónitos, emocionados, pero cuidándonos de no hacer preguntas sino hasta el final porque así lo pidió el conferencista. Pero hay conferencias que, al contrario, piden ser interrumpidas y admiten una interacción más inmediata. Es claro que interactuar directamente con el conferenciante, en la analogía del concierto, sería como detener al director para que repita un trozo de la ejecución y volver a entender o a apreciar los que hay en el fondo de un pasaje de la sinfonía que interpreta. La música nos fluiría en un concierto, pero no así si la estamos trabajando o si estamos sintiendo su estructura desde la plataforma de un compositor o de un crítico. Lo mismo sucede cuando estamos tratando de entender las emociones y sentimientos que nos trata de comunicar un poeta cuando leemos poesía,... y lo mismo es cierto al hacer el amor cuando entregamos y recibimos ese amor en la más delicada y sublime armonía Y es que cuando la interacción es intensa y uno está metido de lleno en ella, cuando uno quiere entender, apreciar, componer, aportar, etc., la obra debe detenerse, el pasaje debe repetirse, debe repasarse... y hay pasajes donde se puede dejar fluir y uno puede sólo sentir y emocionarse libremente. Y hay otros donde nuestra aportación es importante para entender, para sentir mejor, para apreciar mejor y hay entonces un éxtasis, como al leer un poema, al escuchar un pasaje musical, al sentirse conmovido por tanto amor y ¿por qué no? al ver finalmente demostrado un teorema tras el que hemos ido durante una buena parte de nuestra vida.

¿Y cómo fue que Usted llegó a Harvard? me preguntó un chico de preparatoria en una de las conferencias que mencioné. Y después de que algunos de sus compañeros

presentes exclamaron –¡en avión!– y tuvimos un espacio para reírnos un poco, contesté que por una gran fortuna. Es cierto: durante mis estudios de licenciatura en física siempre me sentí muy obligado a no dejar de estudiar intensamente porque desde que ingresé a la facultad me di cuenta de mi enorme desventaja en cuanto a aptitudes se refiere. Honestamente, quería estar a la altura de mis amigos. No estar en ese nivel me parecía simplemente, no estar haciéndolo bien. Debo reconocer que mi desempeño en mis primeros exámenes de la facultad, sobre todo los de los cursos elementales de matemáticas, evidenciaba un entendimiento bastante mediocre de los conceptos. En los primeros semestres de la carrera, en el primer examen de cada curso, casi siempre salía muy mal. Lo que sí sucedía después era que trataba de superarlo y al final siempre conseguía salir del curso con una buena calificación. Conforme fui avanzando en la licenciatura, fui desarrollando gusto por la teoría de la relatividad y fui aprendiendo todo lo que podía para entenderla mejor. Mis intereses se orientaron entonces hacia la geometría diferencial con el único propósito de comprender la teoría relativista de la gravitación. Tuve dos profesores cuyos cursos de geometría diferencial me marcaron fuertemente: Charles Boyer y Héctor Vázquez Briones. Hubo también dos libros muy importantes en esta historia con los que yo me ayudaba y aprendía las lecciones de geometría diferencial: *Advanced Calculus* de L. Loomis y S. Sternberg y *Lectures on Differential Geometry* de S. Sternberg, ambos escritos por profesores del departamento de matemáticas de Harvard. Hacia el final de la licenciatura yo no soñaba siquiera que algún día estaría cursando análisis funcional con Lynn Loomis, ni que estaría escribiendo una tesis doctoral bajo la supervisión de Shlomo Sternberg. Lo único que me pasaba por la cabeza entre 1978 y 1979 era aprender geometría diferencial para comprender la gravitación y tratar de conectarme cuanto antes con Jerzy Plebanski quien era, en ese momento, uno de los personajes más famosos con quien uno podía doctorarse en México fructíferamente dentro del singular tema. En este estado concluí la licenciatura en física escribiendo una tesis de geometría diferencial (dirigida por Charles Boyer) y me inscribí casi inmediatamente a la maestría en física. Para entonces, yo ya había llevado más cursos de geometría diferencial y de relatividad con J. Plebanski y me había convencido de que tenía que reforzar mi preparación matemática. En algún momento me cruzó por la cabeza la idea de estudiar un doctorado en matemáticas, pero sólo para ser después un físico teórico “mejor preparado”. Escribí a Harvard y seguramente las cartas de recomendación que escribieron mis profesores fueron generosísimas porque resulté admitido sin problemas. Mi llegada a Harvard fue como tenía que ser: arrogante. Llegué comiéndome al mundo y pensando que lo que vendría por delante sería “cuesta abajo” porque ya tenía bajo el brazo un doctorado en física casi concluido. ¿Qué resistencia podían ofrecerme los matemáticos? ¡Toda la resistencia del mundo! como no me costó trabajo comprobar al cabo de la primera semana de clases. Por un lado, casi todos los estudiantes que uno se encuentra por ahí han sido durante algún tiempo “el estudiante número uno” en las escuelas de las que provienen. Es claro que en un salón con veinticuatro estudiantes de éstos, uno de ellos tendría que ser el número veinticuatro y que eso no sería fácil. Yo de plano fui el cabús durante mucho tiempo. Era evidente que me había hecho falta cursar las materias básicas de matemáticas de la licenciatura con el espíritu de un matemático y no con el de un físico para haber podido tener un mejor desempeño al llegar a Harvard. Y es que a veces, los “argumentos físicos que uno puede usar para evidenciar alguna afirmación de la física teórica, no se parecen en nada

a las demostraciones que los matemáticos están acostumbrados a dar a sus teoremas. Mis “demostraciones” rápidamente me pusieron en evidencia en el curso de álgebra al que me inscribí en el primer semestre en calidad de aspirante al doctorado y después de mi segunda tarea, el profesor me sugirió que mejor me inscribiera al curso básico de álgebra (¡el curso para los *undergraduates!*) porque el suyo obviamente me estaba quedando grande. O sea que no sólo estaba siendo el cabús de mi clase, sino que de plano me cortaban por incapaz, arrojándome al curso elemental. Ese fue mi *welcome to Harvard, my friend!* El golpe al orgullo fue duro otra vez, pero hoy me siento muy contento por haberme sabido tomar la lección con humildad, por haber reconocido que me faltaban las buenas bases y que éstas uno las puede aprender. Creo que lo más afortunado de aquellos días difíciles en los que perdí tan de golpe mis asumidas seguridad y confianza fue: 1) haber asistido al curso de los *undergraduates* aceptando que ése era precisamente mi nivel y que tenía que aprender “desde cero” y 2) haber estado con mi esposa Tatiana quien, en los momentos en los que yo más me desesperaba y me cuestionaba seriamente qué demonios estaba haciendo allí, ella estuvo allí para recordarme los argumentos y motivos correctos y no dejarme claudicar. Hacia la segunda mitad del segundo año, habiendo aprobado los muy temidos exámenes generales, hablé con el buen Shlomo para que me dirigiera una tesis y a partir del momento en el que él me dio su *sí, acepto!* conocí facetas de mí mismo que yo ni sospechaba que existirían y conocí también los encantos y frustraciones de la investigación científica. Y otra vez, hoy, me siento muy afortunado de haber sido conducido a lo largo de mi trabajo de tesis doctoral por un personaje como S. Sternberg. Sin duda fue duro en su momento aguantarle el paso, pero estoy convencido de que él, más que nadie, fue quien me formó como matemático, además de que siempre me trató como a un colaborador, él me enseñó con su ejemplo a confiar en mi trabajo. Discutíamos a todas horas; nos desesperábamos juntos cuando los resultados no salían. Un día, cuando recién comenzaba a trabajar bajo su dirección, nos encontrábamos “prendidos de la greña frente a un pizarrón reconociendo que no estábamos entendiendo lo que estábamos viendo al tiempo que pasaba por ahí Don Raoul Bott y preguntó que qué nos pasaba. Sternberg le contestó algo del estilo *we don't understand this shit!*, a lo que Don Raoul observó: *if your student can't help you, who can?*. A partir de ese momento supe que se esperaba mucho más de mí y en verdad siento que encaminé mi esfuerzo a satisfacer las demandas de mi asesor. Ciertamente siempre me sentí con la responsabilidad de darle respuesta a sus preguntas y de avanzar en la dirección en la que él sugería avanzar. En el proceso aprendí que uno puede hacer cálculos complicados, conjeturar resultados, ir tras ellos y sus demostraciones y que después de algunas semanas y varios kilos de papel apilado (pero organizado), las cosas pueden no ir bien y entonces hay que tirar todo ese papel y volver a empezar el problema manera diferente. Cuesta mucho trabajo deshacerse de todo ese papel y la razón es que esa puede ser la única prueba tangible de que se ha trabajado duro, pero si las cosas van mal, simplemente van mal y hay que volver por otro camino. La ciencia es así y en particular la matemática es así.

Conforme han ido pasando los años he ido apreciando mucho más el trabajo que Shlomo hizo conmigo como estudiante y le he agradecido infinitamente el haberme dejado conocer y sentir tan de cerca lo que hoy entiendo como la verdadera esencia del quehacer científico en matemáticas. Hoy lo veo así: el descubrimiento científico es un

producto de la interacción humana. Los matemáticos, por ejemplo, llegan a conjeturar sus resultados y teoremas luego de muchas discusiones, de horas en seminarios, de demostraciones fallidas, etc., pero ante todo, lo verdaderamente importante en el camino a un descubrimiento científico, por modesto que éste sea, es la comunicación oral.

Los artículos donde se reportan los descubrimientos científicos varían en estilo de ciencia a ciencia. En matemáticas la gran mayoría de los artículos son muy áridos. El “reportaje matemático” ha de ser riguroso y estricto. Idealmente no se debe “despeinar ni un sólo pelo” en ninguna demostración. Pero entonces, con esta manera tan lógica y tan depurada de reportar un resultado se pierde el sabor de lo que generó las ideas. Se pierden también los andamios que se pusieron para soportar la estructura de las demostraciones. Se pierde mucho del estilo artesanal de la matemática y queda solamente al final un edificio sólido pero sin adornos y sin vestigios de las motivaciones para haber conducido la investigación precisamente por el camino por el que se llevó. De ahí que la metodología del matemático descansa muy fuertemente en sus seminarios y en invitar a dichos seminarios a los autores de los teoremas sobre los que está descansando su investigación del momento. La razón fundamental es tener al fulano enfrente para poderle preguntar ¿por qué su artículo quedó como quedó y por qué las demostraciones han quedado como quedaron?

También es cierto que una parte importante del entendimiento matemático se consigue estando a solas. Casi siempre la versión final de una demostración se logra después de comenzar a escribir con sumo cuidado todos los detalles y casi nunca queda perfectamente “bien sellada” en los primeros intentos. Muchas veces hay que pulir mucho los argumentos y limpiar con esmero los detalles. A pesar de que ya se está casi seguro de la validez del teorema, uno no se pone completamente feliz por la demostración sino sólo hasta que de verdad la ha visto herméticamente cerrada y acabada.

Se puede caricaturizar al matemático como un tipo al que se le ve por los pasillos del instituto o de la facultad caminando un poco cabizbajo. Si uno se le acerca a preguntarle qué es lo que le aflige tanto, él responderá sencillamente que no termina de salir la demostración de su teorema. Pero un buen día después de tantos seminarios y discusiones e intentos de limpiar las demostraciones, se va a la cama y no puede dormir porque le comienza a revolotear una idea de cómo puede conseguir que la demostración funcione bien. Se levanta de la cama y aunque en la mayoría de estos casos la idea era un espejismo, habrá una noche en la que sí, todo funciona, todo sale bien, todo se entiende perfectamente, todo cae por su propio peso en su lugar y se organiza casi por sí sola la estructura de la presentación final. El personaje se pone feliz y se siente montado en la cima del universo. La adrenalina corre por su cuerpo y cada linfocito de su ser se ve invadido por la droga del descubrimiento que acaba de hacer. Se olvida de la hora que es. No tiene sueño, no tiene hambre y sólo tiene este impulso grande por terminar de escribir en limpio todos los detalles del artículo. Ridículamente se piensa en ese momento que alguien puede adelantarse en el mundo con la demostración. Se pasa la noche en vela escribiendo el *paper* y como no puede esperar, se va a su oficina a imprimir la versión final y lo deja, con el primer rayo de sol, dentro de un sobre rotulado, sobre el escritorio de la secretaria, con una nota donde le pide enviarlo por mensajería cuanto antes y él se va, entonces sí, a dormir. Al día siguiente se le vuelve a ver preocupado y cabizbajo porque ahora anda en busca de un nuevo teorema que demostrar. Parecería como una vida un poco aburrida ante los ojos de quien no ha sentido

esa droga de la “noche anterior”, pero una sola noche de esas al año vale por todo el año para alimentar al espíritu del matemático que todos llevamos dentro.

Desde cierto punto de vista, la caricatura es más o menos aplicable a casi todos los matemáticos. Sin embargo, el matiz o “personalidad de los resultados” demostrados es una cosa un poco aparte. No puedo dejar de mencionar que hay teoremas pesimistas y teoremas optimistas. Hay teoremas importantes –normalmente contraejemplos– que dicen: “no existe X alguno para el que...”, o “la construcción Y no se puede realizar...”. Éstos, me aventuro a catalogarlos como resultados pesimistas y casi siempre reflejan un poco el carácter del matemático que los demostró o descubrió. También los hay del tipo optimista que normalmente dicen: “para cada Z existe un único W tal que...” Quizá cueste trabajo pensar que un artículo en matemáticas presente matices personales dentro de los crípticos enunciados de sus proposiciones y teoremas, pero yo, mientras más artículos veo, más me convengo de que se pueden decir muchas cosas acerca de la personalidad del autor. Los hay osados, arrogantes, tímidos, mojigatos, etc. He aquí un ejemplo de una idea osada y optimista:

La supersimetría. El Lema de Schur dice que es imposible establecer una transformación lineal equivariante diferente de cero entre dos espacios vectoriales donde un grupo actúa irreduciblemente. En la física existen dos tipos muy diferentes de partículas elementales; los bosones y los fermiones. Cada tipo de partícula elemental se entiende, desde el punto de vista de la matemática, como un vector en un espacio donde el grupo de simetrías de la naturaleza actúa irreduciblemente. La idea de la supersimetría es hacer posible la existencia de transformaciones distintas de cero, equivariantes, entre espacios vectoriales distintos donde el grupo actúa irreduciblemente. Luego, el escenario donde está planteado el lema de Schur resulta estrecho. El nuevo resultado podrá ser posible solamente sobre bases completamente distintas.

Cuando pensamos, parece ser que lo hacemos con palabras. Las palabras son manifestaciones de nuestras ideas y la matemática ha de transmitirse con palabras –las del idioma que hablamos todos– y otras palabras más: las del idioma matemático; éstas son, las que tenemos que aprender para saber de qué objetos hablamos. Pero dado que un tema central de este ensayo ha sido el de comunicar, quisiera terminar con un par de reflexiones acerca de la comunicación del pensamiento y en particular, este ensayo entero podría juzgarse e iluminarse bajo la luz de los siguientes argumentos: si el pensamiento son palabras, uno puede valerse del lenguaje escrito para comunicarlo. Por ejemplo, yo escribo para ordenar mis ideas –para “verlas” estáticas por un momento, aunque éste sea pequeño–. Es como tomarles una fotografía. Pero las ideas se están moviendo constantemente. Recuerdo que las fotos se llaman también “instantáneas” y pienso que ese nombre describe y se apega mejor a lo que quiero decir: si escribo para ordenar mis ideas, puede ser que éstas salgan en su forma “instantánea”, pero puede ser también que salgan “muy movidas”, que no se vean bien y hasta pierdan totalmente su definición. En este caso, he tratado de mover algunas ideas en forma helicoidal alrededor de un eje central: ¿cómo motivar a los jóvenes para que abran sus ojos y que por lo menos consideren dentro del abanico de sus alternativas, la posibilidad de estudiar alguna carrera científica como la matemática? El propósito era dar elementos de juicio y fundamentar las posiciones de que éste es un oficio muy comparable a muchos otros y que se puede aprender y llegar lejos. Pero ahora, en las postrimerías de este escrito

tampoco puedo dejar de mencionar que un propósito más ambicioso sería tomar como pretexto las preguntas iniciales (¿qué hace un matemático?; ¿qué significa dedicarse a las matemáticas profesionalmente?; ¿cómo describiría un matemático su trabajo y cómo lo compararía con otros trabajos?) y con base en ellas generar algo así como una declaración de principios respecto a la propia profesión. Sin embargo, la tarea de apuntar la brújula hacia la dirección ideal y darse argumentos y estrategias para avanzar sobre el camino planeado es una tarea muy íntima; es algo que cada uno debe hacer para sí mismo y puede no tener mucho sentido el esfuerzo de ponerse a escribir algo así para el público a la luz de la pregunta ¿por qué ha de hacerse pública una disertación sobre asuntos tan personales? Y como no tengo una respuesta razonable y sensata para esta pregunta, prefiero dejar el ensayo en un nivel independiente del terreno idealista. De hecho, desde hace unos días me viene dando vueltas en la cabeza la idea de las románticas líneas de Antonio Machado –en la canción de Joan Manuel Serrat– “caminante, ¡no hay camino! Se hace camino al andar...” y esta misma idea la he contrapuesto al *sueño imposible* que dice: “con fe lo imposible soñar, ... buscar la verdad o el error, ... ese es mi ideal: la estrella alcanzar, no importa cuán lejos se pueda encontrar”. Observo que la primera canción nos invita un poco a vagar sin rumbo, a movernos en cualquier dirección sin importar el final. La canción es exquisitamente romántica porque tiene mucho de verdad y de encanto. La segunda es el ideal. Es localizar la estrella polar y orientar la brújula hacia allá; es determinar cuál es la dirección óptima para moverse y darse al propósito de llegar al final de ese camino con la fe y la convicción de que lo que hay al final es *lo mejor*.